

수학과 교수·학습 과정안

단 원	4.도형의 방정식 1) 평면좌표 1-2 선분의 내분점과 외분점	
일 시	'11. 6. 21. (화) 5교시	
장 소	1학년 5반 교실	
대 상	1학년 5,6반 B반	
연 구 자	계 획	강미선, 김다정
	진 단	김슬기, 김예지
	지 도	김영성
	발 전	김지원, 심슬기, 안종빈
	평 가	윤재식, 이고운, 허미화
지도교사	허 두 무	

결 재	지도교사	실습부장	교 감	교 장

전남대학교사범대학부설고등학교

<http://bugo.jnu.ac.kr>

<목 차>

I. 계획(計劃)	
1. 단원의 개관	1
가. 학습 문제	2
나. 발전 계통	2
다. 지도상의 유의점	3
2. 과제 분석	4
3. 단원 목표	4
4. 단원 전개 계획	5
II. 진단(診斷)	
1. 진단 학습 문제	6
2. 개인별 문항 분석 및 문항별 성취도	7
3. 분류 및 대책	7
4. 교정 · 심화 학습	8
III. 지도(指導)	
1. 본시 교수 · 학습 과정안	9
2. 확인 학습	12
가. 확인 학습 문제	13
나. 보충 · 심화 학습	13
3. 판서안 및 학습 자료	14
가. 판서안	14
나. 학습 자료	19
다. 확인 학습지	20
IV. 발전(發展)	
1. 확인 학습(형성평가)	23
가. 확인 학습 문제	23
나. 개인별 문항 분석 및 문항별 성취도	24
다. 분류 및 대책	25
2. 보충 · 심화 학습	26
V. 평가(評價)	
1. 이원분류표	28
2. 지필 평가	30

I. 계 획

1. 단원의 개관

가. 학습 문제

1) 단원 내용

1. 평면좌표

1-1 두 점 사이의 거리

1-2 선분의 내분점과 외분점

2. 직선의 방정식

2-1 직선의 방정식

2-2 두 직선의 평행과 수직

2-3 점과 직선 사이의 거리

3. 원의 방정식

3-1 원의 방정식

3-2 원과 직선의 위치관계

4. 도형의 이동

4-1 평행이동

4-2 대칭이동

2) 단원의 이론적 배경

기하학은 도형 및 공간의 성질에 대하여 연구하는 학문을 말한다. 그리스의 역사학자 헤로도투스(Herodotus ; ? B.C. 484~? B.C. 425)의 저서에 의하면 '기하학은 나일강의 범람으로 해마다 경작지의 경계선을 정리하는 필요에서 토지를 측량하는 기술로서 이집트에서 일어났다.' 고 적고 있으며 다른 고대 문명인 즉, 바빌로니아 인, 인도인, 중국인 등도 기하학에 상당한 지식을 갖고 있는 것으로 확인되었다. 토지를 측량하는 필요에 의해서 생겨난 기하학은 탈레스(Thales ; ? B.C. 640~? B.C. 546)로부터 합리적인 추론에 의해 논리적인 체계를 갖추기 시작하여 피타고라스(Pythagoras ; ? B.C.569~? B.C. 475)와 그의 제자들에게 계승되어 증명의 형식을 도입하였으며 기원전 400년경의 수학자 히포크라테스(Hippocrates ;? B.C. 460~? B.C. 377)에 의하여 책으로 정리되었다. 그 후 유클리드(Euclid ; ? B.C. 325~? B.C. 265)에 의하여 「원론」 (Elements)이라는 이름으로 집대성되었다. 이 저술은 서양 사상사에서 가장 영향력이 큰 고전 가운데 하나로 고대, 중세를 거쳐 19세기 근대에까지 기하학 교과서로서는 물론 과학적 사고 방식의 규범이 되었다.

유클리드는 증명에서 되도록 직관적인 요소를 배제하고, 증명을 순수한 사유의 영역에서 다루려는 자세를 취하였다. 그리스 초기의 기하학에서는 증명이 다분히 직관적이고 논증의 형식이 갖추어지지 않았었지만, 피타고라스학파의 영향으로 엄격한 논증의 형식으로 바뀌게 되었다. 이 기하학은 논리적 엄정함으로 구성되어 있지만, 그것을 배우려는 사람에게는 어떻게 그런 증명을 생각해 냈는지, 어떻게 해서 그런 보조선을 그으면 된다는 것을 알았는지에 대한 내용이 감추어져 있기 때문에 공부하기 어렵다는 생각을 들게 만든다.

아폴로니오스(Apollonios ; ? B.C. 262~? B.C. 190)의 원뿔곡선에 대한 연구 이후 쇠퇴의 길을 걸던 그리스 수학은 데카르트(Descartes, R. ; 1596~1650)까지 그 상태 그대로 정지하였다. 또, 평면곡선에 대한 연구도 이따금 있었을 뿐 체계적인 연구는 이루어지지 않았다.

14세기~16세기 경 유럽은 아라비아의 영향을 받아 대수학이 발전하였으며 데카르트에 의하여 좌표계가 도입되어 해석 기하학의 기틀이 마련되게 되었고, 오일러(Euler, L. ; 1707~1783) 등에 의하여 그 후 많은 발전을 하게 된다. 현재는 사영기하학, 미분기하학, 비유클리드 기하학, 위상기하학 등 다양한 분야로 발전되었다.

3) 기대

중학교 때 배운 기하학과 이번에 배운 기하학의 차이점을 알고 기하학이 우리생활과 밀접한 관련이 있음을 안다.

나. 발전 계통

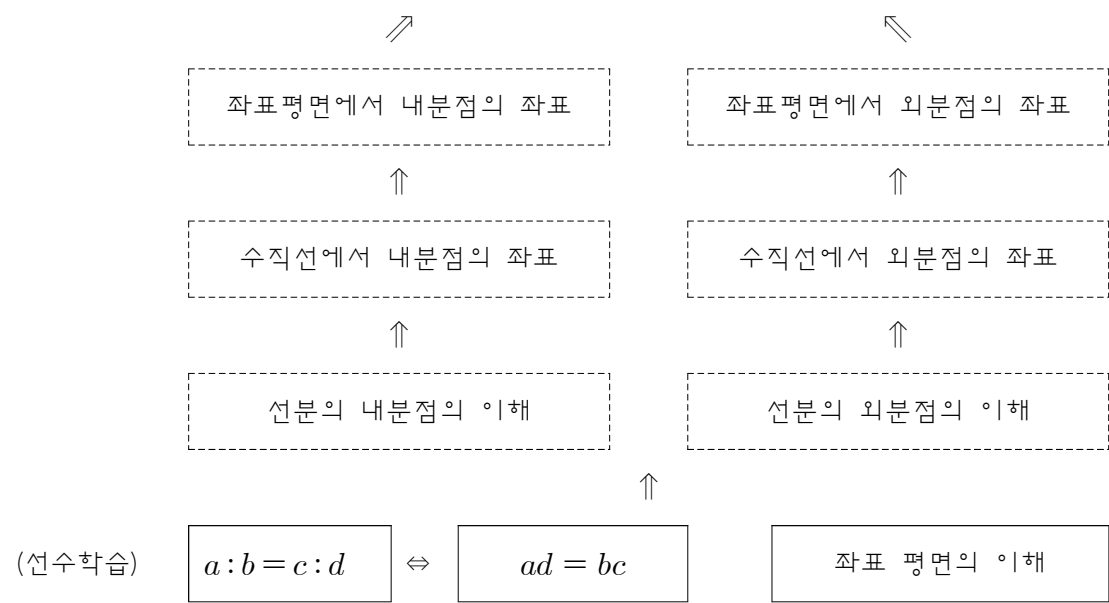
선수 학습		본 단원 학습	후속학습
중 학 교 수 학 1	•순서쌍과 좌표 •직선의 위치관계 •원의 위치관계	1. 평면좌표 • 두 점 사이의 거리 • 선분의 내분점과 외분점 2. 직선의 방정식 • 직선의 방정식 • 두 직선의 평행과 수직 • 점과 직선 사이의 거리 3. 원의 방정식 • 원의 방정식 • 원과 직선의 위치관계 4. 도형의 이동 • 평행이동 • 대칭이동	[수학 II] • 도함수의 활용 [기하와 벡터] • 일차변환과 행렬 • 이차곡선 • 공간도형과 공간좌표 • 벡터
중 학 교 수 학 2	•일차함수와그래프 •도형의 닮음		
중 학 교 수 학 3	•피타고라스 정리 •원과 직선		

다. 지도상의 유의점

대 단 원	중 단 원	지 도 상 유 의 점
4. 도형의 방정식	1. 평면좌표	(1) 피타고라스 정리를 이용하여 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 구하는 공식을 유도할 수 있게 한다. (2) 선분 AB를 $m:n$ 으로 외분하는 경우에는 $m \neq n$ 이고, $m > n$ 인 경우와 $m < n$ 인 경우에 외분점의 위치가 서로 다를 수 있음을 이해하게 한다.
	2. 직선의 방정식	(1) 직선의 방정식 $y = mx + n$ 의 꼴로는 y 축에 평행한 직선을 나타낼 수 없지만, 직선의 방정식 $ax + by + c = 0$ 의 꼴로는 모든 직선을 나타낼 수 있음을 이해하게 한다.
	3. 원의 방정식	(1) 원과 직선의 위치 관계는 판별식을 이용할 수도 있지만, 원의 중심에서 직선까지의 거리와 원의 반지름의 길이를 비교하여 판단할 수 있음을 이해하게 한다. (2) 두 원의 위치 관계와 관련된 내용은 다루지 않는다.
	4. 도형의 이동	(1) 좌표축의 평행이동은 다루지 않는다.

2. 과제 분석

좌표평면에서 도형문제를 내분점, 외분점을 활용해 풀 수 있다.



3. 단원 목표

대 단 원	중 단 원	단 원 의 지 도 목 표
4.도형의방정식	1. 평면좌표	(1) 두 점 사이의 거리를 구하는 공식을 이해하고, 이를 활용할 수 있게 한다. (2) 선분의 내분과 외분의 뜻을 알게 하고, 선분의 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있게 한다.
	2. 직선의방정식	(1) 여러 가지 직선의 방정식을 구할 수 있게 한다. (2) 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해하고 이를 활용할 수 있게 한다. (3) 점과 직선 사이의 거리를 구하는 공식을 이해하고, 이를 활용할 수 있게 한다.
	3. 원의 방정식	(1) 원의 방정식을 구할 수 있게 한다. (2) 좌표평면 위 원과 직선의 위치 관계를 이해하고, 이를 이용하여 원에 접하는 직선의 방정식을 구할 수 있게 한다.
	4. 도형의 이동	(1)좌표평면 위에서 평행이동과 대칭이동의 뜻을 알게 하고, 점 또는 도형을 평행이동 및 대칭이동 하여 얻어진 점 또는 도형의 방정식을 구할 수 있게 한다.

4. 단원 전개 계획

단계	중단원	소 단 원	차시	지 도 내 용	용어와 기호	선수학 습
진단		준비 학습	1	· [대단원 도입]		중1 중3
		탐구 활동		· [중단원 도입]		
지도	1. 평 면 좌 표	1. 두 점 사이의 거리	2~3	- 수직선 위의 두 점 사이의 거리 - 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리		중3
		2. 선분의 내분점과 외분점	4~5	- 내분의 뜻과 내분점의 좌표 - 삼각형의 무게중심의 좌표 - 외분의 뜻과 외분점의 좌표		중3
발전		확인 학습 문제	6	· 형성평가 (보충 · 심화 학습)		
지도	2. 직 선 의 방 정 식	탐구 활동	7~8	· [중단원 도입]		중3
		1. 직선의 방정식		- 기울기와 직선 위의 한 점이 주어진 직선의 방 정식 - 두 점이 주어진 직선의 방정식		
		2. 두 직선의 평행과 수직	9~10	- 두 직선이 평행, 일치할 조건 - 두 직선이 만날 조건 - 두 직선이 수직으로 만날 조건.		중2
		3. 점과 직선 사이의 거리	11~12	- 점과 직선 사이의 거리 구하는 공식 유도, - 점과 직선 사이의 거리 구하는 공식의 활용		
		확인 학습 문제	13	· 형성평가 (보충 · 심화 학습)		
발전						
지도	3. 원 의 방 정 식	탐구 활동	14~15	· [중단원 도입]		중2
		1. 원의 방정식		- 원의 방정식의 유도, 이해 - 원의 방정식 구하기		
		2. 원과 직선의 위치관계	16~17	- 원과 직선의 위치 관계 - 기울기가 주어진 원의 접선의 방정식 - 원 위의 점에서의 접선의 방정식		중2
발전		확인 학습 문제	18	· 형성평가 (보충 · 심화 학습)		
지도	4. 도형의 이동	탐구 활동	19~20	[중단원 도입]		
		1. 평행이동		- 점의 평행이동 - 도형의 평행이동		
		2. 대칭이동	21~22	- x축, y축, 원점에 대한 점의 대칭이동		
발전		확인 학습 문제	23	형성평가 (보충 · 심화 학습)		
총 괄 평 가			24	· 문제 해결력 향상 · [대단원 마무리]		

II. 진 단

1. 진단 학습 문항

진단학습 요소		진 단 학 습 문 항	정 답
선 수 학 습	순서쌍과 좌표 [중 1]	1. 다음 각 점이 제 몇 사분면 위의 점인지 말하여라. (1)A(2,2) (2)B(-2, -3) (3) C(2, -1) (4)D(-1, 2)	(1)1사분면 (2)3사분면 (3)4사분면 (4)2사분면
	일 차 함수 와 그 래 프 [중 2]	2. 일차함수 $y = -2x + 3$ 의 그래프에서 다음값을 구하여라. (1) x 절편 (2) y 절편 (3) 기울기	(1) 3/2 (2) 3 (3) -2
	원 과 직 선 의 위 치 관 계 [중 1]	3. 반지름의 길이가 4cm 인 원 O의 중심에서 직선까지의 거리 d가 다음과 같을 때, 원과 직선의 위치 관계를 말하여라. (1) d = 1cm (2) d = 4cm (3) d = 7cm	(1) 두 점에서 만남 (2) 접한다. (3) 만나지 않는다.
	피 타 고 라 스 리 정 [중 3]	4. 삼각형 ABC를 직각 삼각형이라고 하고 직각을 끼고 있는 두 변의 길이를 a, b ,빗변의 길이를 c라고 할때 다음을 답하여라. (1) a=8, b=6 ,c=? (2)a= 3, b=?, c=5	(1)10 (2)4
	이 차 함수 의 그 래 프 [중 2]	5. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 다음과 같이 평행이동한 그래프의 방정식을 구하여라. (1) x방향으로 1만큼 평행이동. (2) x방향으로 2만큼 y방향으로 -3만큼 평행이동.	(1) $y = 4(x - 1)^2$ (2) $y = 4(x - 2)^2 + 3$

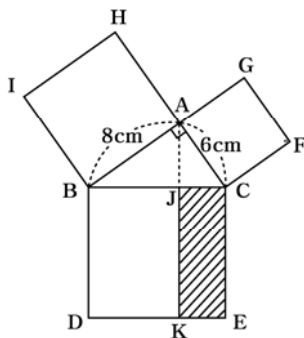
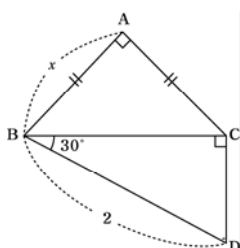
2. 개인별 문항 분석 및 문항별 성취도

B반	연번	번 호	성 명	문항번호					성 취 문항수	지도영역
				1	2	3	4	5		
5	1	1	김○○	×	×	×	×	×	0	교정학습Ⅱ
	2	3	김○○	○	×	○	×	○	3	교정학습Ⅰ
	3	6	김○○	○	×	○	×	○	3	교정학습Ⅰ
	4	7	김○○	○	×	○	×	×	2	교정학습Ⅰ
	5	8	김○○	○	×	○	○	×	3	교정학습Ⅰ
	6	9	나○○	○	○	○	○	○	5	심화학습
	7	17	손○○	○	×	○	○	×	3	교정학습Ⅰ
	8	23	이○○	○	×	○	×	○	3	교정학습Ⅰ
	9	24	이○○	○	×	○	×	○	3	교정학습Ⅰ
	10	25	이○○	○	○	○	○	○	5	심화학습
	11	28	이○○	○	×	○	○	○	4	심화학습
	12	30	임○○	○	○	○	○	○	5	심화학습
	13	34	정○○	○	×	○	○	○	4	심화학습
	14	36	조○○	○	×	○	○	○	4	심화학습
	15	43	허○○	○	○	○	×	○	4	심화학습
	16	44	형○○	○	○	○	×	○	4	심화학습
	17	45	황○○	×	○	×	×	×	1	교정학습Ⅱ
	18	46	진○	○	×	○	×	○	3	교정학습Ⅰ
6	19	1	고○○	×	○	○	×	×	2	교정학습Ⅰ
	20	3	구○○	○	○	○	×	×	3	교정학습Ⅰ
	21	4	김○○	○	○	○	○	○	5	심화학습
	22	6	김○○	○	×	○	×	×	2	교정학습Ⅰ
	23	7	김○○	○	×	○	×	○	3	교정학습Ⅰ
	24	8	김○○	○	×	○	×	○	3	교정학습Ⅰ
	25	9	김○○	○	○	○	○	○	5	심화학습
	26	10	김○○	○	○	○	×	○	4	심화학습
	27	11	김○○	○	×	×	×	×	1	교정학습Ⅱ
	28	13	김○○	○	×	○	×	○	3	교정학습Ⅰ
	29	15	노○○	○	×	○	○	○	4	심화학습
	30	22	박○○	○	×	×	×	×	1	교정학습Ⅱ
	31	23	박○○	○	×	○	○	○	4	심화학습
	32	26	송○○	○	×	○	×	×	2	교정학습Ⅰ
	33	30	이○○	○	○	○	×	○	4	심화학습
	34	33	이○○	○	○	○	×	○	4	심화학습
	35	34	임○○	○	○	○	○	○	5	심화학습
	36	36	장○○	○	×	○	×	○	3	교정학습Ⅰ
	37	41	지○○	○	×	○	○	○	4	심화학습
	38	42	허○○	○	○	○	○	○	5	심화학습
성취 학생수				35	15	34	15	27	3	
성 취 도(%)				92.10	39.47	89.47	39.47	71.05		

3. 분류 및 대책

분 류	통 과 문 항 수	통 과 율 (학생수)	대 책
무 결 손	4~5	47%(18)	심 화 학 습
부 분 적 결 손	3	32%(12)	교 정 학 습 1
전 반 적 결 손	2이하	21%(8)	교 정 학 습 2

4. 교정 심화 학습

구 분	확인학습 관련요소	학 습 문 항	정 답
심 화 학 습	피타고라스 정리의 활용	1. 다음 그림에서 $\overline{AB}=8\text{cm}$, $\overline{AC}=6\text{cm}$일 때, $\square JKEC$의 넓이는? 	36
교 정 학 습 / /	피타고라스 정리의 활용	 1. 다음 그림에서 $\overline{AB}$의 길이를 구하면?	$x = \frac{\sqrt{6}}{2}$
	일차함수의 그래프	2. $y = 3(x-2)^2$ 의 그래프를 그리고 다음을 답하여라. (1) x절편 (2) y절편 (3) x축으로 2만큼 옮긴 평행이동	(1) 2 (2) 12 (3) $y = 3x^2$
교 정 학 습 II	순서쌍과 좌표평면	1. (-2, 1) (3, 4) (5, -4) (1, -1)을 좌표 평면 위에 나타내어라.	답안지참조
	좌표평면의 구성	2. $y=3x-1$ 의 그래프를 그리고 다음을 답하여라. (1) x절편 (2) y절편 (3) 기울기	(1) $\frac{1}{3}$ (2) -1 (3) 3

III. 지도

1. 본시 교수 · 학습 과정안

일시	2011. 06. 21 5 교시	지도대상	1학년 5, 6반	지도교사	허 두 무	출판사	대한교과서
				지도교생	김 영 성	쪽 수	pp.175, 178~179
단원	4. 도형의 방정식 1) 평면좌표 1-2 선분의 내분점과 외분점					소요시간	50분
						차시	5 / 24
학습목표	1. 선분의 내분점과 외분점을 이용하여 여러 가지 문제를 풀 수 있다.						
학습자료	교사			학생			
	ppt 자료, 학습지, 학습목표지			교과서, 공책, 필기도구			
학습과정	학습내용 및 활동	교수 · 학습 활동				수업 매체 및 지도상의 유의점	
		교사		학생			
도입 (9분)	인사 및 출석 확인	* 학습 환경을 정돈하며 상호 인사한다. * 출석을 확인하고 가벼운 화제로 집중 유도한다.		* 바른 자세로 인사, 과제 제시 * 바른 자세로 앉아, 수업준비를 한다.		소란스럽지 않도록 교실 분위기 정리 및 수업 태세를 갖춘다.	
	전시 학습 확인	* 전시간에 배웠던 선분의 내분점과 외분점에 대해 상기시킨다. * GSP를 통해 제시하면서 선생님의 질문에 함께 대답하도록 한다. * 마지막은 PPT를 통해 제시한다.		* 전시간에 배웠던 내용을 다시 한번 상기하면서 재미있어한다.			
	동기 유발	* 전시간에 배운 내분점과 외분점을 어떻게 활용 할 것인지 기대감을 갖게 한다. * 실생활에 적용할 수 있는 예를 제시한다. * PPT를 통해 제시한다. * 그림을 붙여 넣을때, 칸에 맞지 않으면 늘이거나 줄이는 것을 내분점과 외분점에 적용시킨다.		* 오늘 배울 내용에 대해 기대감을 갖는다. * 내분점과 외분점을 어느 곳에서 찾을 수 있을지 생각해본다.			

학 습 과 정	학습내용 및 활 동	교수 · 학습 활동		수업 매체 및 지도상의 유의점
		교 사	학 생	
도 입 (9 분)	학 습 목 표 제 시	* 칠판에 쓰여진 학습목표를 다 같이 읽고 인지하게 한다.	* 큰 목소리로 학습목표를 읽고 목표를 인지한다.	
전 개 (33분)	문 제 이 해	* 예제 1을 GSP를 통해 먼저 제시한다. 시각적으로 제시하면서 학생의 이해를 돕는다. * 평행사변형의 성질에 대해 질문하고, 본시에 활용할 성질을 학생들이 대답할수 있도록 유도한다. (평행사변형의 성질) (평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 M이라고 하면 $\overline{AM} = \overline{CM}, \overline{BM} = \overline{DM}$ 이다.)	* 예제 1을 선생님과 같이 풀어본다.	
	출 로 서 기	* 문제 4를 각자 풀어보고 모르는 것이 있으면 선생님과 친구에게 질문하게 한다.	* 모르는 것이 있으면 거침없이 질문한다.	
	문 제 이 해	* 먼저 삼각형의 오심에 대해 소개한다. (GSP사용) (외심, 내심, 수심, 방심, 무게중심) 특히, 무게중심은 중선을 2:1로 내분하는 점이라는것을 강조한다. (그리고 조금 있다가 GSP를 통해 확인할 것임을 알린다.) * 예제 2를 선생님과 함께 풀어본다.	* 중학교때 배웠던 내용에 대해 상기한다. * 모르겠으면 선생님이나 친구에게 질문한다.	
	출 로 서 기	* 문제 5를 노트에 풀어보게 한다. * 답을 다 같이 말하게 한다.	* 다같이 문제를 풀어본다. * 모르겠으면 선생님이나 친구에게 질문한다.	
	문 제 이 해	* 예제 3을 GSP를 통해 제시한다. * 역동적인 점의 움직임을 보면서 문제를 이해하게 한다.	* 선생님과 함께 예제를 풀어본다. 즐거워한다.	
	출 로 서 기	* 활동지에 나와 있는 문제를 풀어보고 , 지목된 학생은 나와서 칠판에 풀어보게 한다.	* 모르겠으면 언제든지 선생님께 질문한다. * 지목된 학생은 나와서 풀어본다.	
	GSP활용수업	* 교과서 179페이지의 창의력 교실을 학생과 같이해본다.	* 각 각 컴퓨터로 해보면 좋겠지만, 아쉬워도 모니터를 보면서 같이 알아간다.	

학 습 과 정	학습내용 및 활동	교수 · 학습 활동		수업 매체 및 지도상의 유의점
		교 사	학 생	
전 개 (33분)	학습상태 확인	* 학생으로 하여금 본시학습에 대하여 궁금한 점이 없는지 물어본다.	* 모르는 개념이나 이해하지 못한 부분에 대해서 서슴지 않고 질문한다.	
정착 (8분)	학습내용 정리	* 평면좌표 위에서 선분의 내분점과 외분점 구하는 공식을 다시 한번 확인한다. * PPT를 통해 확인한다. * 확인학습 문제를 풀어보고 틀린갯수에 따라 심화학습과 보충문제를 푼다.	* 다시한번 오늘 배운 내용을 상기한다.	
	차시 예고 및 과제 제시	* 다음 시간엔 배울 내용을 예고한다.	* 다음 시간에 대한 기대를 갖는다. * 교생선생님과의 마지막 수업을 아쉬워한다.	
	인 사	* 상호인사로 수업을 마무리한다.	* 상호인사로 수업을 마무리한다.	

2. 확인 학습

가. 확인 학습 문제

확 인 학 습 요 소	확 인 학 습 문 항	정 답
선분의 내분점의 이 해	1. $A(1, 1)$, $B(2, 3)$, $D(3, 2)$ 를 세 꼭짓점으로 하는 마름모 $ABCD$ 의 나머지 한 꼭짓점 C 의 좌표는?	$C(4, 4)$
선분의 내분점의 이 해	2. 세 점 $A(0, 2)$, $B(5, 0)$, $C(-2, 4)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심 G 의 좌표를 구하여라.	$G(1, 2)$
선분의 외분점의 이 해	3. 두 점 $A(1, -2)$, $B(3, 2)$ 를 지나는 직선 AB 위에 $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 가 되도록 점 C 를 정할 때, 점 C 의 좌표를 구하여라.	$(2, 0)$ $(4, 4)$

나. 보충 · 심화 학습

구 분	확 인 학 습 관 련 요 소	심 화 학 습 문 항	정 답
심 화 학 습 I	선분의 내분점과 외분점	1. 수직선 위의 두 점 $A(-2)$, $B(-5)$ 를 이은 선분 AB 를 1 : 2로 내분하는 점을 P , 3 : 2로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하여라.	-3 -11
심 화 학 습 II	선분의 내분점과 외분점	2. 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 3)$, $B(x, y)$ 를 이은 선분 AB 를 삼등분할 때, A 에서 가까운 점 C 의 좌표가 $(3, 4)$ 라고 한다. 이 때, 점 B 의 좌표를 구하여라.	$(5, 6)$
심 화 학 습 III	선분의 내분점과 외분점	3. 수직선상의 두 점 $P(\sqrt{2})$, $Q(\sqrt{5})$ 를 이용하여 세 수 $A = \frac{\sqrt{5}+2\sqrt{2}}{3}$, $B = \frac{\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{4}$, $C = \frac{2\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{5}$ 의 대소 관계를 구하여라.	$B < A < C$

구분	확 인 학 습 관 련 요 소	보 충 학 습 문 항	정 답
보 충 학 습 Ⅰ	선분의 내분 점 과 외분점	1. 새마을호 열차와 화물 수송 열차가 $7 : 3$ 의 속도로 마주보고 달리고 있다. 현재 두 열차간의 거리가 5km 일 때 교차하는 순간까지 새마을호 열차의 운행거리를 구하여라.	3.5km
보 충 학 습 Ⅱ	선분의 내분 점 과 외분점	2. $P(-2, 3)$, $Q(4, 5)$ 일 때 $\overline{PQ}$ 의 중점 좌표를 구하여라.	$(1, 4)$
보 충 학 습 Ⅲ	선분의 내분 점 과 외분점	3. 두 점 $A(-5, 3)$, $B(5, -2)$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라. (1) $\overline{AB}$ 를 $2 : 3$ 으로 내분하는 점 P 의 좌표를 구하여라. (2) $\overline{AB}$ 를 $2 : 3$ 으로 외분하는 점 Q 의 좌표를 구하여라.	(1) $(-1, 1)$ (2) $(25, -13)$
보 충 학 습 Ⅳ	선분의 내분 점 과 외분점	4. 수직선 위의 두 점 $A(2)$, $B(-3)$ 에 대하여 선분 AB 를 $2 : 3$ 으로 내분하는 점 P 와 외분하는 점 Q , 중점 M 의 좌표를 구하여라.	$P(0)$ $Q(12)$ $M(-\frac{1}{2})$

3. 판서안 및 학습자료

가. 판서안

1-2 선분의 내분점과 외분점

학습목표: 선분의 내분점과 외분점을 이용하여 여러 가지 문제를 풀 수 있다..

점 P가 선분AB 위에 있고
 $\overline{AP} : \overline{PB} = m : n (m, n > 0)$ 일 때
 선분 AB를 m:n 으로 내분하는
 점P를 선분 AB의 내분점 이라고함.

점 p가 선분AB 연장선 위에 있고
 $\overline{AP} : \overline{PB} = m : n (m, n > 0)$ 일 때
 선분 AB를 m:n 으로 외분하는
 점P를 선분 AB의 외분점 이라고함.

(수직선 위의 선분의 내분점)
 수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 에 대
 하여 선분 AB를 m:n(m,n>0)으로 내분
 하는 점P는 $P(\frac{mx_2 + nx_1}{m + n})$

(수직선 위의 선분의 외분점)
 수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 에 대
 하여 선분 AB를 m:n(m,n>0)으로 외분
 하는 점Q는 $Q(\frac{mx_2 - nx_1}{m - n})$

문제 1. 수직선 위의 두점.

(1) 선분AB를 1:1 로 내분하는 점
 M의 좌표,
 - 학생풀이.

(2) 선분 AB를 5:3 으로 내분하는
 점 P의 좌표,
 - 학생풀이.

문제 2.

(풀이) 선분 AB를 2:3 으로 내분하
 는 점 P의 좌표가 P(-2) 이므로

$$-2 = \frac{2 \times 2 + 3 \times a}{2 + 3}$$

$$-2 = \frac{4 + 3a}{5}$$

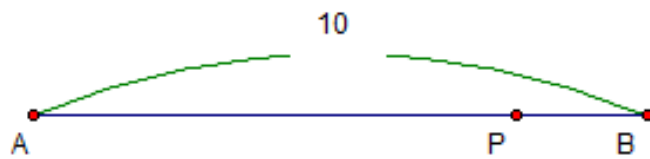
$$3a = -14$$

$$\therefore a = -\frac{14}{3}$$

탐구활동지

주제 : 선분의 외분점과 내분점	관련 단원	4. 도형의 방정식 1. 평면좌표 1-2 선분의 내분점과 외분점
	교과서 쪽수	
학습 목표 : 선분의 내분점과 외분점의 의미를 이해한다.		
()반 ()번 이름 ()	활동한 날 :	년 월 일

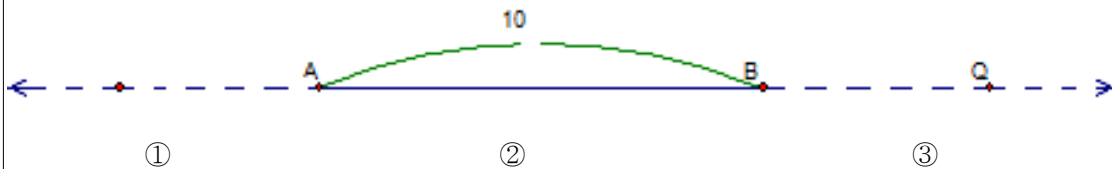
1. 빈 칸을 채워 보실래요?



점 P가 $\overline{AB}$ 를 4:1 로 내분할 때 $\overline{AP} =$
 $\overline{PB} =$

* 1:4 로 내분할때는 어떻게 다른지 살펴 보세요.

활동



점 Q가 $\overline{AB}$ 를 3:1로 외분할 때, 점 Q는 어디에? ()
 그렇다면, $\overline{AQ} =$
 $\overline{QB} =$

점 Q가 $\overline{AB}$ 를 1:3 으로 외분할 때, 점 Q는 어디에? ()
 그렇다면, $\overline{AQ} =$
 $\overline{QB} =$

2. 이제 수직선 위에서 내분점과 외분점의 좌표를 구해 봅시다.



점 $P(x)$ 가 선분AB를 3:2로 내분할 때, 점 P의 좌표를 구하시오.

점 $P(x)$ 가 선분AB를 2:3으로 내분할 때, 점 P의 좌표를 구하시오.

활동
(문제해
결)



점 $Q(x)$ 가 선분AB를 2:1로 외분할 때, 점 Q의 좌표를 구하시오.

점 $Q(x)$ 가 선분AB를 1:2로 외분할 때, 점 Q의 좌표를 구하시오.

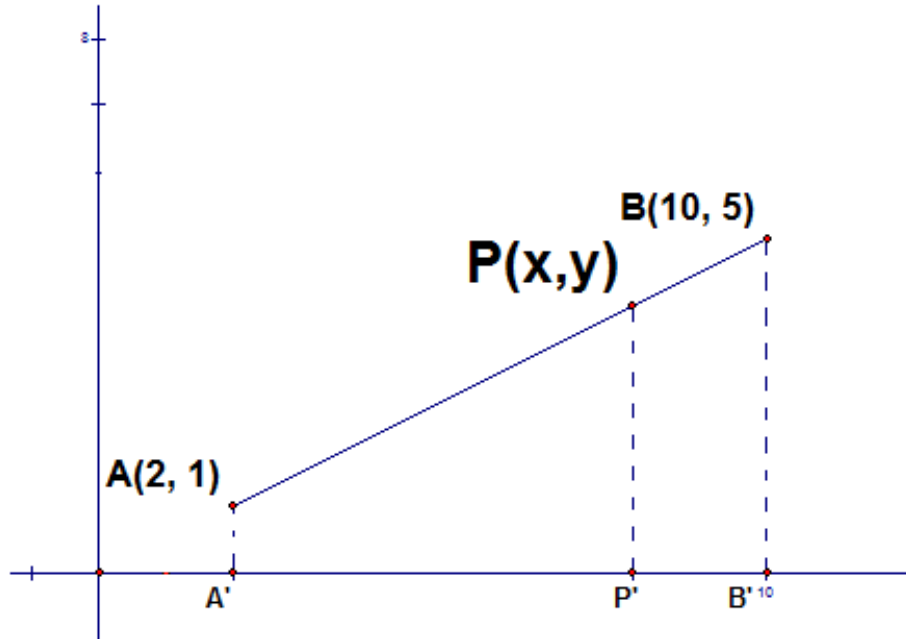
정리

선생님!, 이번에도 간편하게 쓸 수 있는 공식은 없나요?
같이 한번 만들어 보죠?

탐구활동지

주제 : 선분의 외분점과 내분점	관련 단원	4. 도형의 방정식 1. 평면좌표 1-2 선분의 내분점과 외분점
	교과서 쪽수	
학습 목표 : 평면좌표에서 선분의 내분점과 좌표를 구할 수 있다.		
()반 ()번 이름 ()	활동한 날 :	년 월 일

1. 빈 칸을 채우면서 따라오세요. (선분의 내분점 구하기)



점 P가 선분AB를 3:1로 내분한다고 했을 때 다음에 답하시오.

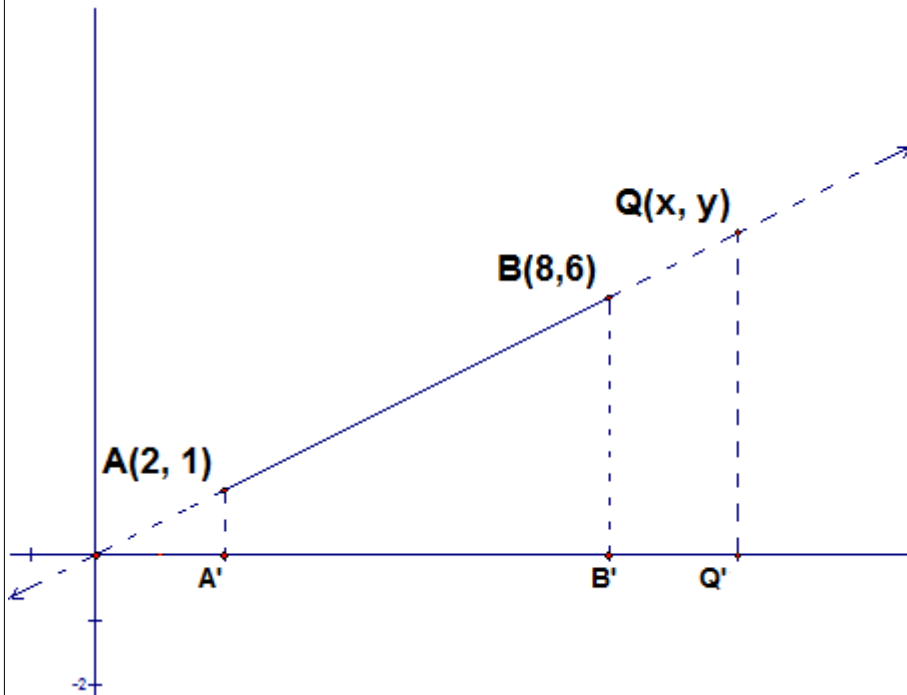
(1) A'의 x좌표는 몇인가요?

(2) B'의 x좌표는 몇인가요?

(3) $\overline{A'P} : \overline{PB} =$

(4) 위에서 구해놓은 것들을 가지고 점P의 x좌표를 구할수 있을까요?

(5) 똑같이 점P의 y좌표를 구해 봅시다!! 빨리!!



활동
(문제해
결)

자 이번에는 외분점입니다. 점 Q가 선분 AB를 4:3 으로 외분한다고 했을 때 다음에 답하
세요.

(1) A'의 x좌표는 몇인가요?

(2) B'의 x좌표는 몇인가요?

(3) $\overline{A'Q} : \overline{QB'} =$

(4) 위에서 구해놓은 것들을 가지고 점Q의 x좌표를 구할 수 있을까요?

(5) 똑같이 점Q의 y좌표를 구해 봅시다!! 이번엔 천천히!!

정리

1-2 선분의 내분점과 외분점

학습목표 : 선분의 내분점과 외분점을 활용하여 여러가지 문제를 풀 수 있다.

저번 시간에 무엇을 배웠죠?

*좌표평면에서 선분의 내분점

좌표평면위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에 대하여 선분 AB 를 $m:n$ ($m>0, n>0$)으로 내분하는 점 P 의 좌표는

$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

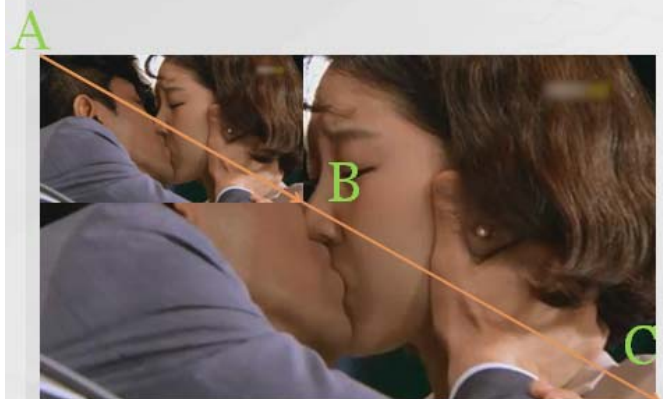
특히, 선분 AB 의 중점 M 의 좌표는 $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ 이다.

*좌표평면에서 선분의 외분점

좌표평면위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에 대하여 선분 AB 를 $m:n$ ($m>0, n>0$)으로 외분하는 점 Q 의 좌표는

$$Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$$

그렇다면 실생활에서 내분점 외분점이 쓰이는 곳이 있을까요?



다. 확인 학습지

<확인문제>

1. $A(1, 1)$, $B(2, 3)$, $D(3, 2)$ 를 세 꼭짓점으로 하는 마름모 $ABCD$ 의 나머지 한 꼭짓점 C 의 좌표는?
2. 세 점 $A(0, 2)$, $B(5, 0)$, $C(-2, 4)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심 G 의 좌표를 구하여라
3. 두 점 $A(1, -2)$, $B(3, 2)$ 를 지나는 직선 AB 위에 $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 가 되도록 점 C 를 정할 때, 점 C 의 좌표를 구하여라.

<보충문제>

1. 새마을호 열차와 화물 수송 열차가 7 : 3의 속도로 마주보고 달리고 있다. 현재 두 열차간의 거리가 5km일 때 교차하는 순간까지 새마을호 열차의 운행거리를 구하여라.

2. $P(-2)$, $Q(4)$ 일 때 $\overline{PQ}$ 의 중점 좌표를 구하여라.

3. 두 점 $A(-5)$, $B(5)$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) $\overline{AB}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점 P 의 좌표를 구하여라.

(2) $\overline{AB}$ 를 2 : 3으로 외분하는 점 Q 의 좌표를 구하여라.

4. 수직선 위의 두 점 $A(2)$, $B(-3)$ 에 대하여 선분 AB 를 2 : 3으로 내분하는 점 P 와 외분하는 점 Q , 중점 M 의 좌표를 구하여라.

<심화문제>

1. 수직선 위의 두 점 $A(-2), B(-5)$ 를 이은 선분 AB 를 1 : 2로 내분하는 점을 P , 3 : 2로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하여라.

2. 좌표평면 위의 두 점 $A(2,3), B(x,y)$ 를 이은 선분 AB 를 삼등분할 때, A 에서 가까운 점 C 의 좌표가 $(3,4)$ 라고 한다. 이 때, 점 B 의 좌표를 구하여라.

3. 수직선상의 두 점 $P(\sqrt{2}), Q(\sqrt{5})$ 를 이용하여 세 수

$A = \frac{\sqrt{5}+2\sqrt{2}}{3}, B = \frac{\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{4}, C = \frac{2\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{5}$ 의 대소 관계를 구하여라.

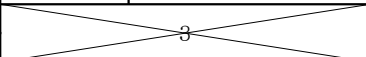
IV. 발 전

1. 확인 학습 (형성평가)

가. 확인 학습 문제

확 인 학 습 요 소	확 인 학 습 문 항	정 답
내 분 점	두 점 $A(2, 3)$, $B(-2, 1)$ 에 대하여 선분 AB 를 $3:2$ 로 내분하는 점 $P(a, b)$ 에 대하여 $b-a$ 의 값은?	$\frac{11}{5}$
내 분 점	세 점 $O(0,0)$, $A(1,3)$, $B(3,1)$ 에 대하여 사각형 $OBCA$ 가 평행사변형이 되도록 하는 점 C 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하라.	8
내 분 점	두 점 $A(-1, 6)$, $B(5, -3)$ 에 대하여 선분 AB 를 $t:(1-t)$ 로 내분하는 점이 제 1사분면 위의 점이 되기 위한 실수 t 의 값의 범위를 구하여라.	$\frac{1}{6} < t < \frac{2}{3}$
무 게 중 심	좌표평면 위의 $\triangle ABC$ 에서 $A(-1,1)$ 이고 무게중심 $G(0, -2)$ 이다. 이 때, 변 BC 의 중점 M 의 좌표를 구하여라.	$x = \frac{1}{2}, y = -\frac{7}{2}$
무 게 중 심	세 점 $A(3, 3)$, $B(-1, 0)$, $C(4, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 할 때, 선분 AG 의 길이는?	$\sqrt{5}$
외 분 점	두 점 $A(3, 4)$, $B(0, 7)$ 을 이은 선분 AB 의 연장선 위에 $\overline{AB} = 3\overline{BC}$ 인 점 C 의 좌표를 구하면?	$(-1, 8)$
외 분 점	수직선 위의 두 점 $A(a)$, $B(b)$ 에 대하여 선분 AB 를 $2:3$ 으로 외분하는 점의 좌표가 -11 이고 $3:2$ 로 외분하는 점의 좌표가 14 일 때, $a+b$ 의 값은?	3
내분점과 외분점	수직선 위의 두 점 $A(-1)$, $B(2)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 $2:1$ 로 내분하는 점을 $P(a)$, 외분하는 점을 $Q(b)$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.	6
내분점과 외분점	평면 위의 두 점 $A(0, 1)$, $B(6, 4)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 $1:2$ 로 내분하는 점을 P , $1:2$ 로 외분하는 점을 Q 라 할 때, 두 점 P, Q 간의 거리 $\overline{PQ}$ 를 구하시오.	$4\sqrt{5}$

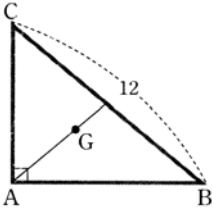
나. 개인별 문항 분석 및 문항별 성취도

B반	연번	번 호	성 명	문항번호										성 취 문항수	지도영역
				1	2	3	4	5	6	7	8	9			
5	1	1	김○○												
	2	3	김○○												
	3	6	김○○												
	4	7	김○○												
	5	8	김○○												
	6	9	낙○○												
	7	17	손○○												
	8	23	이○○												
	9	24	이○○												
	10	25	이○○												
	11	28	이○○												
	12	30	임○○												
	13	34	정○○												
	14	36	조○○												
	15	43	허○○												
	16	44	형○○												
	17	45	황○○												
	18	46	진○												
6	19	1	고○○												
	20	3	구○○												
	21	4	김○○												
	22	6	김○○												
	23	7	김○○												
	24	8	김○○												
	25	9	김○○												
	26	10	김○○												
	27	11	김○○												
	28	13	김○○												
	29	15	노○○												
	30	22	박○○												
	31	23	박○○												
	32	26	송○○												
	33	30	이○○												
	34	33	이○○												
	35	34	임○○												
	36	36	장○○												
	37	41	지○○												
	38	42	허○○												
성취 학생수															
성취도(%)															

다. 분류 및 대책

분 류	성 취 문 항 수	학생 수(%)	대 책
학 습 완 성	8 ~ 10		심화학습
부분적 미완성	4 ~ 7		보충학습 I
전반적 미완성	0 ~ 3		보충학습 II

2. 보충 · 심화 학습

구분	확인학습 관련요소	심화 학습 문항	정답
심 화 학 습	내분점	좌표평면 위의 두 점 A,B에 대하여 선분 AB의 삼등분 점 중에서 A에 가까운 점을 $A\triangle B$, B에 가까운 점을 $A\odot B$ 라 한다. 세 점 $A(4,2), B(-2,5), C(1,-4)$ 에 대하여 $(A\triangle B)\odot(C\triangle B)$ 의 좌표를 (a,b) 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.	$\frac{7}{9}$
	내분점과 외분점	수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여 선분 AB를 $m:n$ 으로 내분하는 점 P와 외분하는 점 Q가 각각 $P(\frac{mx_2+nx_1}{n+m}), Q(\frac{mx_2-nx_1}{m-n})$ (단, $m>0, n>0, m\neq n$)임을 이용하여 다음 네 수의 대소 관계를 비교하여라. $A=\frac{3\sqrt{13}+2\sqrt{11}}{5}, \quad B=\frac{\sqrt{15}+9\sqrt{13}}{10},$ $C=\frac{5\sqrt{11}-3\sqrt{15}}{2}, \quad D=\frac{4\sqrt{15}-\sqrt{13}}{3}$	$C<A<B<D$
	내분점과 무게중심	삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA에 대하여 변 AB를 1:2로 내분하는 점의 좌표를 (10, 8), 변 BC를 1:3으로 내분하는 점의 좌표를 (5, -3), 변 CA를 2:3으로 내분하는 점의 좌표를 (2, 12)라 하자. 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.	11
	무게중심	오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 무게중심이 G이고 $\overline{BC}=12$ 이다. 이 때, $\overline{AG}$ 의 길이는? ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5 	④

구분	확인학습 관련요소	심 화 학 습 문 항	정 답
보 충 학 습 I	내 분 점	수직선 위의 두 점 $A(6)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분AB를 $2:3$ 으로 내분하는 점 P 의 좌표를 구하여라.	$\frac{14}{5}$
	내 분 점	좌표평면 위의 두 점 $A(3,-2)$, $B(-2,5)$ 에 대하여 선분AB를 $1:1$ 으로 내분하는 점 P 의 좌표를 구하여라.	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$
	외 분 점	수직선 위의 두 점 $A(-3)$, $B(4)$ 에 대하여 선분AB를 $4:1$ 로 외분하는 점 Q 의 좌표를 구하여라.	$\frac{19}{3}$
	외 분 점	좌표평면 위의 두 점 $A(0,5)$, $B(-1,4)$ 에 대하여 선분AB를 $2:3$ 으로 외분하는 점 Q 의 좌표를 구하여라.	$(2, 7)$
보 충 학 습 II	내 분 점	두 점 $P(5, a)$, $Q(-1, 7)$ 에 대하여 점 $M(b, 2)$ 가 선분PQ의 중점일 때, $a+b$ 의 값은? ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4	②
	외 분 점	두 점 $A(2,3)$, $B(-2,1)$ 에 대하여 선분 AB 를 $1:2$ 으로 외분하는 점의 좌표를 구하여라.	$(6, 5)$
	내분점과 외분점	두 점 $A(-2, 3)$, $B(4, 9)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 $2:3$ 으로 내분하는 점 P 와 외분하는 점 Q 의 좌표를 구하여라.	$P(\frac{2}{5}, \frac{27}{5}),$ $Q(-14, -9)$
	내분점과 외분점	다음 수직선 위의 점들 중에서 선분 DG 를 $1:2$ 으로 내분하는 점과 외분하는 점을 바르게 나탁낸 것은?  ① E, I ② E, A ③ F, I ④ F, A ⑤ I, A	②

V. 평 가

1. 이원분류표

2011년 제 1학기 제 2회 지필 평가 이원분류표											결 재	계	부 장	교 감	
제 1 학년 (수학)과 실시일 : 2011. 6. , 요일, 교시 응 시 : ()과정 ()반 ~ ()반 출제교사 : (인)														전 결	
문항 번호	단원	내 용	행동분류			난이도			문항 형태	정답	배점	평 가 결 과 분 석			
			지 식	이 해	적 용	상	중	하							
1	IV. 도형의 방정식	두 점 사이의 거리	○					○	선다형	①	4.5	1. 예상평균점수 _____점			
2		두 점 사이의 거리		○				○	"	④	4.5	2. 학년 최고 학급 평균 _____점			
3		두 점 사이의 거리			○	○			"	④	4.5	3. 학년 최하 학급 평균 _____점			
4		두 점 사이의 거리			○			○	"	②	4.5	4. 득점차 _____점			
5		내분점과 외분점	○					○	"	②	4.5	5. 학급별 득점분포			
6		내분점과 외분점	○				○		"	④	4.5	학급	학급평균	감독교사	비고
7		내분점과 외분점			○		○		"	⑤	4.5	1반			
8		내분점과 외분점		○			○		"	⑤	4.5	2반			
9		내분점과 외분점		○				○	"	⑤	4.5	3반			
10		내분점과 외분점	○				○		"	①	4.5	4반			
11		내분점과 외분점	○					○	"	①	4.5	5반			
12		내분점과 외분점		○		○			"	③	4.5	6반			
13		내분점과 외분점		○		○			"	③	4.5	7반			
14		내분점과 외분점		○			○		"	③	4.5	8반			
15		내분점과 외분점			○	○			"	③	4.5	전체			
16		내분점과 외분점			○	○			"	④	4.5	평가결과반성			
17		내분점과 외분점		○			○		"	③	4.5				
18		내분점과 외분점			○	○			"	④	4.5				
19		내분점과 외분점	○				○		"	④	4.5				
20		내분점과 외분점			○	○			"	④	4.5				
주1		두 점 사이의 거리			○	○			서술형		5				
주2		내분점과 외분점		○			○		"		5				
계			6	8	8	8	8	6			100				

주 관 식 (서 술 형) 문 항 채 점 기 준								
문항	정 답	배 점	부분점수1	배 점	부분점수2	배 점	부분점수3	배 점
주1	$(1+\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}), (1-\sqrt{3}, 1-\sqrt{3})$	5	거리 구하는 방법을 알고 있음	3	올바른 계산	2		
주2	$3:1, P\left(\frac{1}{4}, 0\right)$	5	삼각형의 닮음비에 대해 정확히 알고 있음	2	내분점 공식을 활용하여 풀 수 있음	2	P 값의 정확한 계산	1
비고								

평가 결과 분석				결 재	계	부 장	교 감
제 1학년 수학과		담당교사					전 결
1. 학급별 점수				2. 개인별 점수			
학 급	평 균			비 고	최고점		
	공 통	인문·사회	수학·과학		최하점		
1					3. 결과 분석 및 지도 계획		
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
총 평균							
최고, 최저 학급 간 차이							

2. 지필평가

제(1)학기 (수학)과 제(2)회 지필 평가					전남대학교사범대학부설고등학교				
실시일	학년	실시계열(학급)	출제자	결재	계	부장	교감	교장	
2011. . . ()요일 ()교시	1	() 과정 () 반							

◎ 배점 안내 ◎

문항(20) × (4)점 = (80)점

◎ 다음 물음에 가장 알맞은 답을 답지에서 골라
OMR 카드의 객관식 답란에 컴퓨터용 수정 사
인펜으로 표기하시오.

1. 두 점 $A(m^2, -m)$, $B(1, m)$ 사이의 거리가 2 일 때, m 의 값은?

- ① 1 또는 -1
② 2 또는 -2
③ 3 또는 -3
④ 4 또는 -4
⑤ $\sqrt{2}$ 또는 $-\sqrt{2}$

2. 두 점 $A(2, -1)$, $B(3, 4)$ 으로 부터 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는 $P(k, 0)$ 이다. 이 때 k 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

3. 두 점 $A(1, 1)$, $B(6, 2)$ 이 있다. 직선 $y=x+1$ 위에 동점 P 가 있을 때 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?

- ① 4 ② $\sqrt{17}$ ③ $\sqrt{26}$
④ 6 ⑤ $\sqrt{41}$

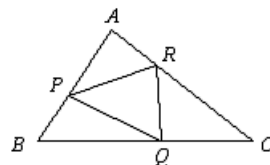
4. 세 점 $A(8, 0)$, $B(-4, 0)$, $C(0, 6)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 외심의 좌표를 구하면?

- ① $(\frac{4}{3}, 2)$ ② $(2, \frac{1}{3})$
③ $(2, 1)$ ④ $(\frac{8}{3}, \frac{1}{3})$
⑤ $(3, 1)$

5. 두 원 $f(x, y)=0$ 과 $g(x, y)=0$ 은 모두 두 점 $A(3, 4)$, $B(-1, 2)$ 를 지난다. 이 두 원의 공통현의 중점의 좌표를 $P(a, b)$ 라 할 때 $a+b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

6. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 의 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 2:1로 내분하는 점이 각각 $P(1, 3)$, $Q(5, -1)$, $R(4, 4)$ 일 때, 삼각형 ABC 의 무게중심 좌표는?



- ① $(5, 3)$ ② $(\frac{5}{3}, 1)$ ③ $(\frac{10}{3}, 2)$
④ $(\frac{10}{3}, 2)$ ⑤ $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$

7. 두 점 $A(-1, -2)$, $B(3, 1)$ 을 이은 선분 $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 $3\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 인 점을 $C(a, b)$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$
 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

8. 두 점 $A(3, 4)$, $B(6, 1)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 $2:1$ 로 내분하는 점 C 와 외분하는 점 C 와 외분하는 점 D 로부터 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

- ① $(-\frac{1}{7}, 0)$
 ② $(5, 0)$
 ③ $(\frac{5}{7}, 0)$
 ④ $(-\frac{1}{5}, 0)$
 ⑤ $(7, 0)$

9. $A(1, 1)$, $B(2, 3)$, $D(3, 2)$ 를 세 꼭짓점으로 하는 마름모 $ABCD$ 의 나머지 한 꼭짓점 C 의 좌표는?

- ① $(\frac{11}{3}, \frac{13}{3})$
 ② $(\frac{15}{4}, \frac{17}{4})$
 ③ $(\frac{7}{2}, \frac{5}{2})$
 ④ $(2, 4)$
 ⑤ $(4, 4)$

10. $\triangle ABC$ 의 무게 중심이 $G(2, 3)$ 이고, 세 변 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$ 의 중점이 각각 $L(5, 3)$, $M(2, 4)$, $N(x, y)$ 일 때, xy 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

11. $A(1, 5)$, $B(6, 1)$ 인 $\triangle ABC$ 의 무게 중심이 $(5, 4)$ 일 때, 꼭짓점 C 의 좌표를 구하면?

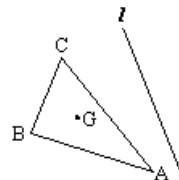
- ① $(8, 6)$ ② $(8, 7)$ ③ $(7, 8)$
 ④ $(7, 9)$ ⑤ $(7, 10)$

12. 좌표평면 위의 두 점 A , B 에 대하여 선분 $\overline{AB}$ 를 $2:3$ 으로 내분하는 점의 좌표를 $A*B$, $2:3$ 으로 외분하는 점의 좌표를 $A \circ B$, A , B 사이의 거리를 (A, B) 로 나타낸다고 하자.

$(P, Q) = a$ 일 때, 다음 중 $(P*Q, P \circ Q)$ 는?

- ① $\frac{8}{5}a$ ② $\frac{10}{5}a$ ③ $\frac{12}{5}a$
 ④ $\frac{14}{5}a$ ⑤ $\frac{16}{5}a$

13. $\triangle ABC$ 의 무게 중심을 G 라 하고, 같은 평면 위에 직선 l 이 있다. 세 점 A , B , C 에서 l 까지의 거리를 각각 10 , 18 , 14 라 할 때, G 에서 l 까지의 거리를 구하면?



- ① 12 ② 13 ③ 14
 ④ 15 ⑤ 16

14. 좌표평면 위에 서로 다른 두 점 A, B 가 있다.

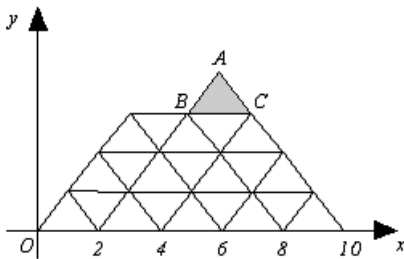
$m > n > 0$ 일 때 $\overline{AB}$ 를 $m:n$ 으로 내분한 점을 P , $\overline{AP}$ 를 $m:n$ 으로 외분한 점을 Q 라 하자. 다음 중 Q 의 위치로 옳은 것은?

- ① B
- ② $\overline{AB}$ 를 $2:1$ 로 외분한 점
- ③ $\overline{AB}$ 를 $m^2:n^2$ 로 외분한 점
- ④ $\overline{AB}$ 를 $n^2:m^2$ 로 외분한 점
- ⑤ $\overline{AB}$ 를 $m^2 + n^2:m^2 - n^2$ 로 외분한 점

15. $\triangle ABC$ 에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값이 최소가 될 때, 점 P 의 위치는?

- ① 외심 ② 내심 ③ 무게중심
- ④ 수심 ⑤ 방심

16. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변의 길이가 2인 정삼각형을 이어서 그릴 때, 정삼각형 ABC 의 무게중심의 y 좌표를 구하면?



- ① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $\frac{8}{3}\sqrt{3}$
- ④ $\frac{10}{3}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{14}{3}\sqrt{3}$

17. 좌표평면 위의 네 점 $(0, 0), (2, 0), (1, 1), (a, b)$ 로 이루어진 사각형이 평행사변형이 될 때, 다음 중 (a, b) 가 될 수 있는 좌표의 개수는?

- I. $(3, 1)$
- II. $(1, 1)$
- III. $(1, -1)$
- IV. $(-3, 1)$
- V. $(-1, 1)$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
- ④ 4개 ⑤ 5개

18. 좌표평면 위의 두 점 A, B 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 $2:1$ 로 내분하는 점을 $A \oplus B$, 외분하는 점을 $A \ominus B$, $\overline{AB}$ 의 중점을 $A \odot B$ 로 나타내기도 할 때, $A \oplus B \odot A \ominus B$ 가 나타내는 점에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① $\overline{AB}$ 를 $1:4$ 로 내분하는 점
- ② $\overline{AB}$ 를 $1:4$ 로 외분하는 점
- ③ $\overline{AB}$ 를 $4:1$ 로 내분하는 점
- ④ $\overline{AB}$ 를 $4:1$ 로 외분하는 점
- ⑤ $\overline{AB}$ 의 중점

19. 두 점 $A(-1, 1), B(4, 6)$ 을 이은 선분 $\overline{AB}$ 를 $3:2$ 로 내분하는 점을 P , 외분하는 점을 Q 에 대하여 선분 PQ 의 중점의 좌표 M 은 $M(a, b)$ 이다. 이 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16
- ④ 18 ⑤ 20

20. 좌표평면 위의 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB 의 삼등분점 중에서 A 에 가까운 점을 $A\triangle B$, B 에 가까운 점을 $A*B$, 선분 AB 의 중점을 $A\odot B$ 로 나타낼 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

(가) $A*(A\odot B) = A\triangle B$

(나) $(A\odot B)\triangle B = A*B$

(다) $(B*A)\odot A = B\triangle A$

(라) $B\odot(A\triangle B) = B\triangle A$

① (가), (다)

② (나), (라)

③ (가), (나), (다)

④ (가), (나), (라)

⑤ (가), (나), (다), (라)

※ 서술형 주관식 문항입니다. 서술형 답안지에 풀이과정을 자세하게 기술하십시오.

주1. 두 점 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 정삼각형 ABC 의 다른 꼭짓점 C 의 좌표를 구하여라.

주2. 두 점 $A(-2, 6)$, $B(1, -2)$ 를 잇는 선분 $\overline{AB}$ 와 x 축과의 교점을 P 라 할 때, $\overline{AP}:\overline{BP}$ 와 점 P 의 좌표를 구하여라.

※ 수 고 하 셧 습 니 다.